

Annexe 1 - Air et Atmosphère

Ce chapitre présente les températures, pressions et quantités de vapeur d'eau dans l'atmosphère de la Terre ; la vapeur d'eau assure 90% du rayonnement vers le cosmos de la troposphère et de la surface (pris ensemble) et régule finement, vers 10 km, la réémission vers le cosmos de la chaleur que le globe (hors stratosphère) reçoit du soleil.

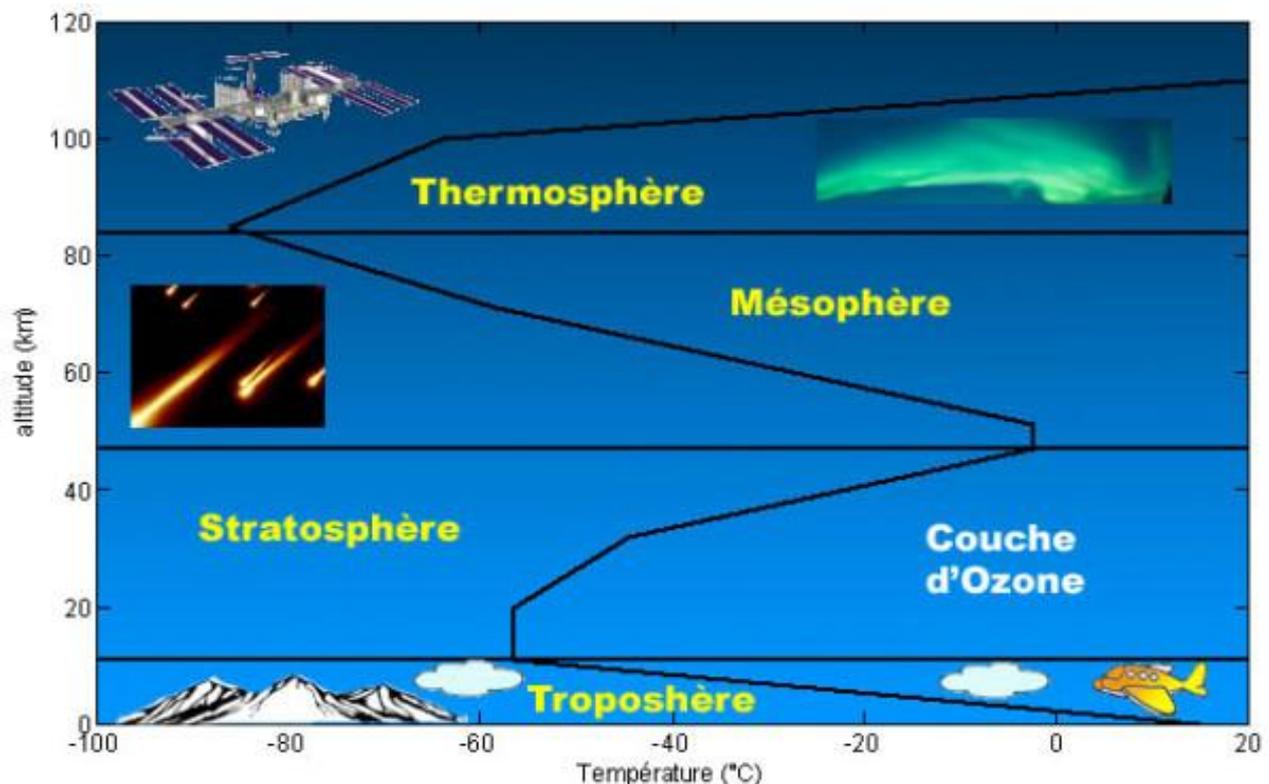
1. Introduction

L'atmosphère est constituée de plusieurs couches, et en partant du sol :

- la troposphère (jusqu'à environ 12 km d'altitude aux moyennes latitudes, 17 km à l'équateur) : c'est l'atmosphère dans laquelle nous vivons ; elle est caractérisée par un gradient de température négatif : plus on monte en altitude, plus la température baisse, jusqu'aux environs de -50°C à -70°C (220 K à 200 K) ;
- la stratosphère, où la température, au contraire, remonte jusqu'à -3°C , vers 40 km d'altitude, siège de la couche d'ozone, est en inversion de température, ce qui empêche toute convection : cette portion de l'atmosphère est en conséquence "stratifiée", d'où son nom ;
- la mésosphère, jusqu'à environ 80 km : l'air s'y refroidit jusqu'aux alentours de -80 à -100°C à 90 km
- enfin la thermosphère, où l'air est très raréfié et ionisé

Les 2 dernières couches peuvent être, ici, négligées.

Figure 1



La frontière entre la troposphère et la stratosphère s'appelle la **tropopause** : elle se situe, par définition, à l'altitude à laquelle le gradient de température de la troposphère s'inverse ou subit une forte discontinuité, ou, autrement dit, à l'altitude où la convection s'interrompt.

L'altitude de la tropopause n'est pas fixée : elle diminue de la zone intertropicale où elle est très nette et haute (16 km) et froide (-80°C à -90°C), et la zone polaire où elle est plus floue, basse (8 km) et chaude (vers -40°C en et -60°C en hiver), comme le montrent la figure 2 ci-dessous, graphiques tirés de relevés par ballons-sondes.

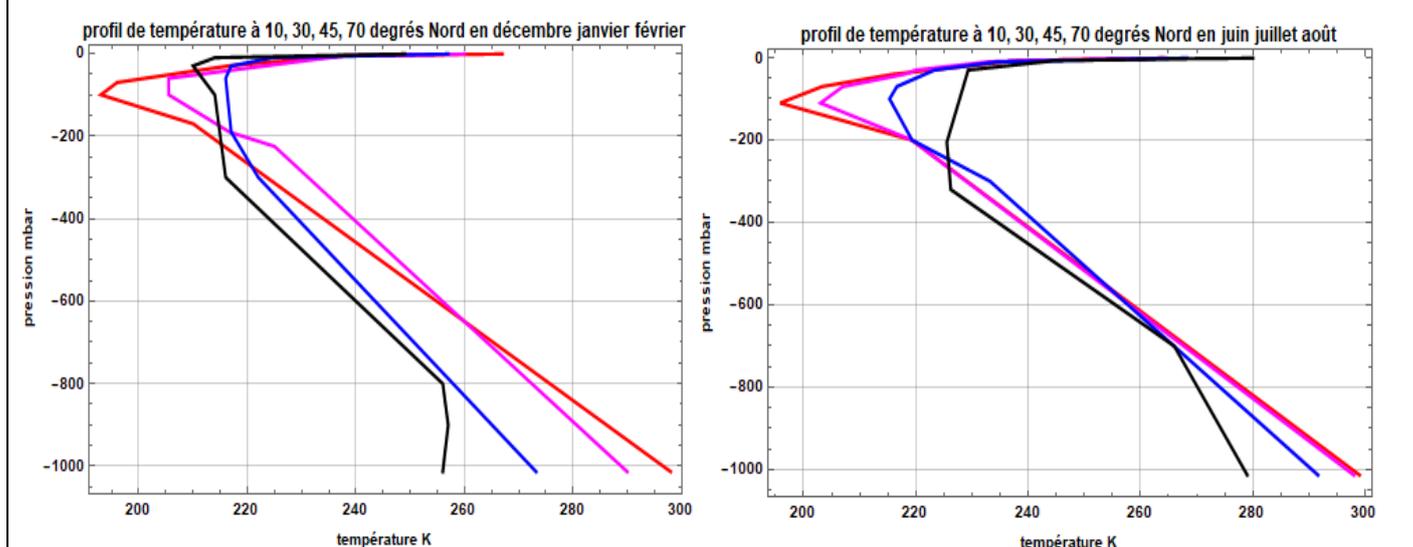
2. Température et humidité en fonction de la pression

Voir figure 2 ; y noter :

- que plus la température en surface est froide, plus la tropopause est chaude et basse ; l'explication simple de ce fait est donnée plus loin.
- l'inversion de température à 70°N en hiver entre la surface et 900 mbar : l'apport de chaleur se fait là en altitude par le mouvement de l'air qui entre 800 mbar et 900 mbar apporte de la chaleur sensible (air à une température supérieure à celle du sol) et latente (ou cachée, c'est à dire de la vapeur d'eau à condenser) ; cette zone à 70°N ne reçoit, en hiver, pratiquement aucun ensoleillement (figure 2).

Figure 2 Représentation très schématique de profils de température en fonction de la pression atmosphérique en millibar, en hiver et en été, pour les latitudes 10°N, 30°N, 45°N et 70°N.

Source : Sylvie Malardrel ¹



Ces schémas sont précisés à la figure 3 par des profils types ² « standards » de température et d'humidité en kg de vapeur d'eau par kilogramme d'air pour cinq cas : tropical (41% de la surface du globe), été des moyennes latitudes (23% de la surface du globe), été subarctique (6% de la surface du globe), hiver des moyennes latitudes (23% de la surface) et hiver subarctique (6% de la surface).

La température de la troposphère décroît en $P^{0,185}$ ou $P^{0,19}$ et la quantité de vapeur d'eau kg par kg d'air en $P^{3,2}$ où P est la pression prise à 1 en surface (1 atmosphère) et à 0 en haut de l'atmosphère.

Quelques points dans la thermosphère correspondent au pic, pour nous sans importance, observé près de $P = 0$.

Les quantités de vapeur d'eau en surface, exprimées en kg de vapeur d'eau par tonne d'air sont : 16 kg/t en tropical, 11,5 kg/t en été des moyennes latitudes et 7,5 kg/t en été subarctique.

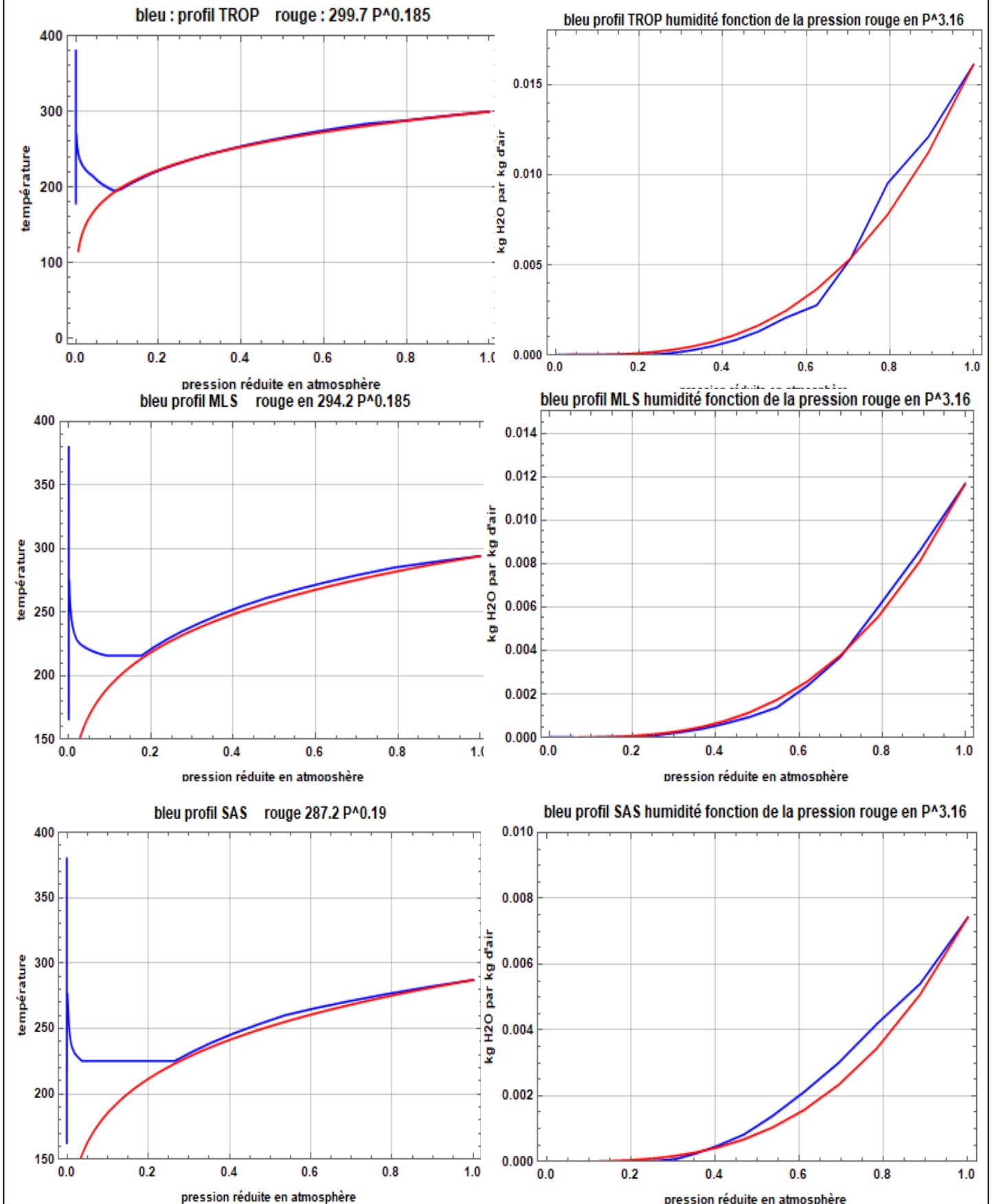
Le cumul de la vapeur d'eau sur toute la troposphère est, pour ces trois cas, respectivement, 40,6 kg/m², 29 kg/m² et 20,7 kg/m².

¹ Sylvie Malardrel *Fondamentaux de Météorologie - A l'école du temps* Cepadues, 2009 (2^{ème} édition), 728 pages

² <http://eodg.atm.ox.ac.uk/RFM/atm/mls.atm> et analogue en remplaçant mls par trop, mlw, sas ou saw ; ces profils sont standardisés en vue de la comparaison de programmes de calculs de rayonnements

Figure 3 Profils de température et d'humidité cas types tropical (TROP), été des moyennes latitudes (MLS) et été subarctique (SAS). En bleu valeurs observées moyennes, en rouge approximation simple en puissance de la pression exprimée en atmosphère avec $P=1$ en surface de la mer.

Les pics de température dans la thermosphère vers 100 km (figure 1) sont sans importance pour nous.

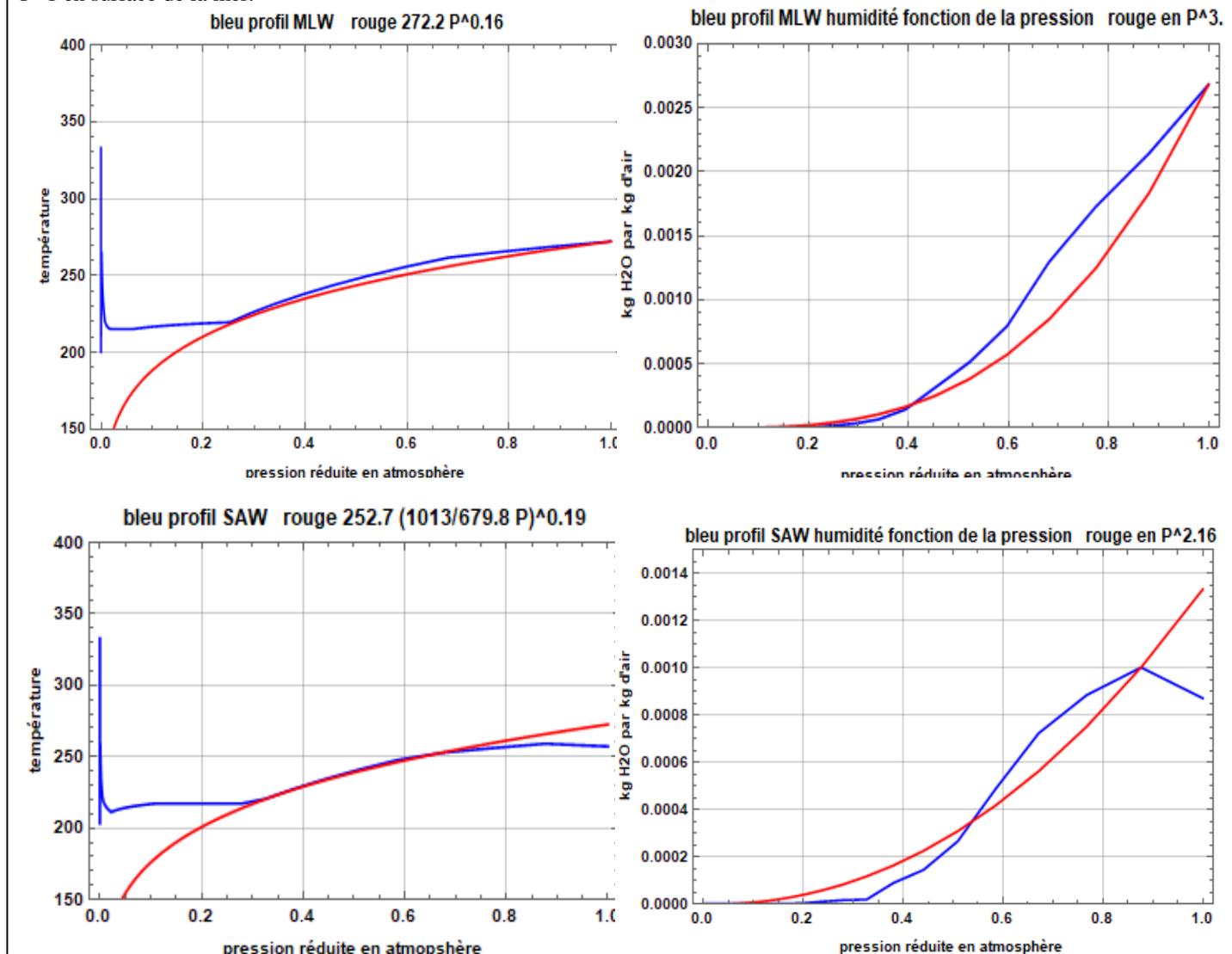


Les profils en hiver (figure 4) montrent que le **transport de la vapeur d'eau par le mouvement de l'air supplée l'absence d'insolation**, avec condensation de la vapeur d'eau et apport de chaleur, en altitude entre 900 mbar et 600 mbar.

Les quantités de vapeur d'eau sont, pour ces « profils-types » d'hiver, en surface et en kg par tonne d'air, 2,5 kg/t aux moyennes latitudes et 1 kg/t en zone subarctique.

Le cumul de la vapeur d'eau sur toute la troposphère est alors 8,5 kg/m² aux moyennes latitudes et 4,3 kg/m² en zone subarctique.

Figure 4 Profils de température et d'humidité, cas types hiver des moyennes latitudes et hiver subarctique
En bleu valeurs observées moyennes, en rouge approximation simple en puissance de la pression exprimée en atmosphère avec $P=1$ en surface de la mer.



3. Justification des profils de température et d'humidité en fonction de la pression

La relation entre température et pression sur Terre : $T(p) / T_0 = (p / p_0)^{R/(C_p - C_h)} = (p/p_0)^{0,19}$
 ... est rigoureusement équivalente à la décroissance de la température avec l'altitude en : $dT/dz = -g/(C_p - C_h)$
 que l'aviation civile a standardisée à $-6,5 \text{ °C/km}$ ³ :

- g est l'accélération de la pesanteur $9,81 \text{ m/s}^2$,
- C_p la chaleur massique de l'air sec à pression constante 1005 J/kg/K ,
- C_h l'apport de chaleur par degré d'environ -509 J/kg/K ($d^3Q = C_h dT$ positif si $dT < 0$).

Le gradient (« lapse rate » en anglais) est $-9,81 / (1005 + 509) = -0,00647 \text{ K/m}$.

Sur Terre en partant de la haute troposphère :

$$288 \text{ K en surface} = 223 \text{ K} + 10 \text{ km} \times 6,5 \text{ K/km} = 223 \text{ K} (1 \text{ atm} / 0,26 \text{ atm})^{0,19}$$

Sur Vénus en partant de la tropopause vers 0,1 atmosphère et 230 K :

$$735 \text{ K en surface} = 230 \text{ K} + 65 \text{ km} \times 7,7 \text{ K/km} = 735 \text{ K} = 230 \text{ K} (92 \text{ atm} / 0,1 \text{ atm})^{0,17}$$

Sur Vénus, le gros de l'air est du dioxyde de carbone de masse molaire 44 grammes :

- $g = 8,87 \text{ m/s}^2$,
- $C_p = 850 \text{ J/kg}$ pour le CO_2 (fortement variable avec la température), $R = 8,314 / 0,042 = 197$;
- l'exposant $R / (C_p - C_h)$ vaut $197 / (850 + 309) = 0,17$

Le gradient vaut $8,87 / (860 + 309) = 0,00765 \text{ K/m}$ et.

Dans un nuage de pluie la chaleur dégagée par la condensation de la vapeur d'eau augmente $|C_h|$ et diminue le gradient à, par exemple, $5,5 \text{ K/km}$ et C_h passe de -509 J/kg/K à -784 J/kg/K et, dans l'épaisseur du nuage, la température diminue moins vite avec l'altitude.

Au-dessus du nuage l'air est souvent bien plus sec et $|C_h|$ plus petit ce qui compense.

La pression partielle de la vapeur d'eau saturante par rapport à un plan d'eau liquide est, en Pascal de 1 N/m^2 :

$$1,33108 \cdot 10^{26} \exp[-6816/T] (1/T)^{5,1309} .$$

Cette formule dit :

- 611 Pascal pour $T = 273,15 \text{ K}$ ou 0°C ,
- 2334 Pa à 20°C et 4231 Pa à 30°C .

Une formule plus compliquée :

$$(6,7906 \cdot 10^{25} \exp[58,0697 \exp[-2999,92/T] - 68640,4 \exp[-0,0699382 T] - 6790,24/T]) / T^{5,028}$$

dit bien : 101 325 Pa pour $t = 100^\circ\text{C}$.

Sur de la glace, la pression partielle de la vapeur d'eau vaut :

$$611,2 \exp[17,62 (T - 273,15)/(T - 30,03)] \text{ Pa},$$

soit approximativement $(T / 273,15)^{2,45}$ fois la pression partielle au-dessus de l'eau liquide surfondue entre 220 K (-53°C) et 0°C .

³ **Démonstration** : la relation des gaz parfaits est $p = \rho RT$ où p est la pression en Pascal, T la température absolue, ρ la masse volumique en kg/m^3 , $R = 8,314 \text{ J/k}$ / (masse molaire de l'air de 28,96 grammes) = 287 J/mole/K

La relation barométrique s'écrit $dp = -\rho g dz$ (avec g accélération de la pesanteur).

La variation de l'enthalpie est $dH = T dS + V dp = C_p dT$;

$$T dS = d^3Q = C_h dT$$

$$= C_p dT - R T dp/p,$$

Or $dp = -\rho g dz$ et $dp/p = -g/(R T_v) dz$

d'où $dp/p = R/(C_p - C_h) dT/T$ qui s'intègre en $T(p) / T_0 = (p / p_0)^{R/(C_p - C_h)}$ et

Le gradient vaut $dT/dz = -g/(C_p - C_h)$.

En présence de cristaux de glace, l'eau surfondue, en dessous de 0°C, passera, à travers la phase vapeur, des gouttes aux cristaux.

Remplacer l'air de la Terre par du CO₂ sans modification du profil de la vapeur d'eau, remplacerait C_p de 1005 par un C_p d'environ 850 J / kg / K, et le gradient de -6,5 K / km par un gradient de -7,2 K / km, ce qui **diminuerait** la température de surface de 7°C environ.

4. Expressions simples des températures, pressions, masses volumiques et altitudes dans la troposphère

Partant de :

- $\rho = p / (R T)$,
- $T/T_0 = (p/p_0)^{R/\gamma}$,
- $C_p - C_h = g/\gamma$,

en prenant T₀, p₀, ρ₀ en surface à z = 0, il vient des expressions simples de T, p, ρ (masse volumique) et z (altitude) en fonction des autres paramètres

Grandeur	T	p	ρ	z
fonction de z	T ₀ - γ z	p ₀ (1 - γ z / T ₀) ^{g/(R γ)}	ρ ₀ (1 - γ z / T ₀) ^{g/(R γ) - 1}	z
fonction de p	T ₀ (p/p ₀) ^{(R γ)/g}	p	ρ ₀ (p/p ₀) ^{1 - (R γ)/g}	T ₀ / γ (1 - (p/p ₀) ^{(R γ)/g})
fonction de T	T	p ₀ (T/T ₀) ^{g/(R γ)}	ρ ₀ (T/T ₀) ^{-1 + g/(R γ)}	(T ₀ - T) / γ

Et numériquement avec :

- $\gamma = g/(C_p - C_h) = 6,5 \cdot 10^{-3}$ K/m,
- R = 287,
- g/(R γ) = 5,259,
- (R γ)/g = 0,19,
- g/(R γ) - 1 = 4,259 ,
- 1 - R γ / g = 0,809

Grandeur	T	p	ρ	z
fonction de z	T ₀ - 6,5 · 10 ⁻³ z	p ₀ (1 - γ z / T ₀) ^{5,259}	ρ ₀ (1 - γ z / T ₀) ^{4,259}	z
fonction de p	T ₀ (p/p ₀) ^{0,19}	P	ρ ₀ (p/p ₀) ^{0,809}	T ₀ / γ (1 - (p/p ₀) ^{0,19})
fonction de T	T	p ₀ (T/T ₀) ^{5,259}	ρ ₀ (T/T ₀) ^{4,259}	(T ₀ - T) / γ

La pression d'un mélange de gaz est la somme des pressions partielles p_i de ces gaz p_i = N_i k_B T, avec :

- N_i nombre de molécules du gaz i par unité de volume,
- k_B = 1,380658 · 10⁻²³ J/K ;

Dans les conditions « standard » de température et de pression (T = 273,15 K, p=101 325 Pa) les N_A = 6,022137 · 10²³ molécules par mole occupent 22,4141 litres soit N_L = 2,68676 · 10²⁵ molécules par m³ (N_A nombre d'Avogadro, N_L nombre de Loschmidt).

Exercice 1 : voyons pourquoi la tropopause est plus haute et plus froide quand la surface est plus chaude.

Dans une zone (la basse stratosphère) à température presque constante entre la tropopause et l'altitude h (20 km), comme le montrent les figures 1, 3 et 4, à la température T(h), les deux relations :

dp = - ρ g dz, g accélération de la pesanteur, équation barométrique,

p = (R T) / ρ équation des gaz parfaits,

font que dp/p = - g dz / (R T)

et avec $T(h)$ et $p(h) = p_h$ donnés, et
 $p(z) = p_h \exp [-g(z-h) / (R T(h))]$

Nous supposons $h = 20$ km et $p_h = 53,4$ mbar indépendamment de la latitude (voir figures 3 et 4).

Dans la troposphère $T(z) = T_{\text{surface}} (p(z)/p_{\text{surface}})^{(R/\gamma)/g} = T_{\text{surface}} - \gamma z$, où γ est le gradient de température de $6,5^\circ\text{C}/\text{km}$;
 Cette relation s'écrit aussi $p(z) = p_{\text{surface}} g / (R \gamma) \ln[1 - \gamma z / T_{\text{surface}}]$

Le point d'intersection des deux courbes $p(z)$ est à l'altitude z_1 solution de

$$p_h \exp[-g(z_1 - h) / (R T(h))] = p_{\text{surface}} g / (R \gamma) \ln[1 - \gamma z_1 / T_{\text{surface}}]$$

et $T(h) = T_{\text{surface}} - \gamma z_1$

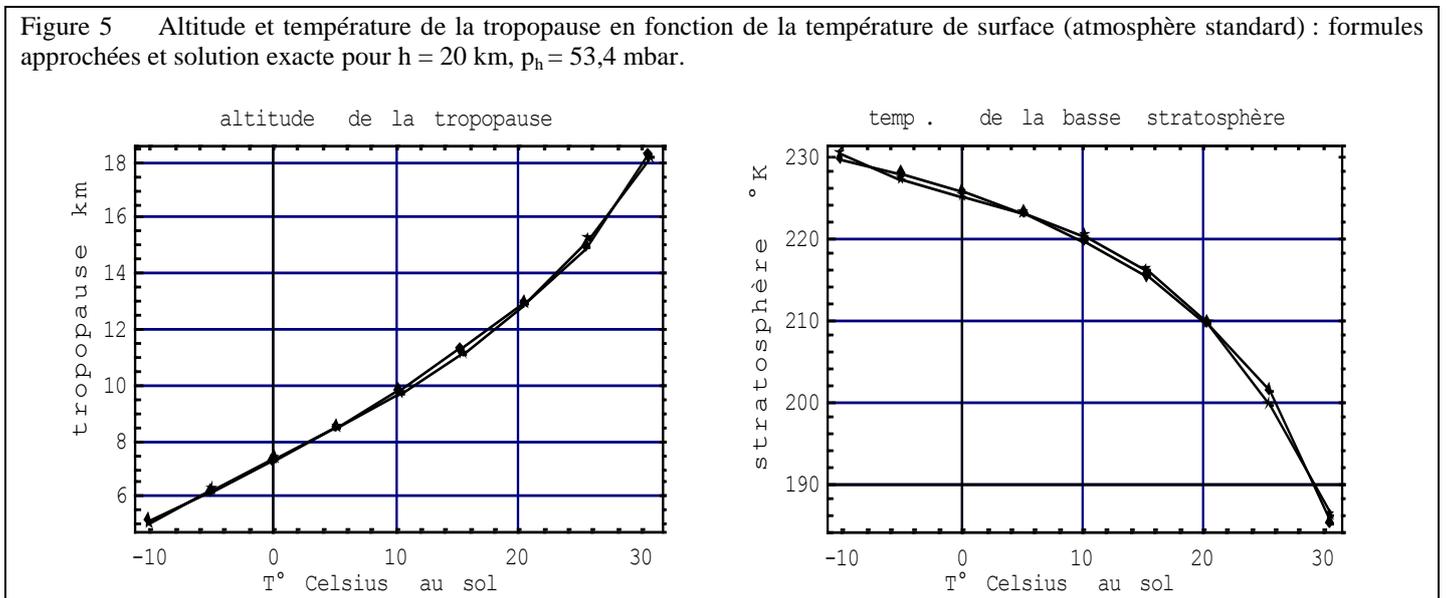
La solution est approchée numériquement par les fonctions, tracées à la figure 5, de la température de surface t exprimée en degrés Celsius,

$$T_{\text{tropopause}}(t_{\text{surface}}(^{\circ}\text{C})) = 225,12 - 0,377 t + 0,00144 t^2 - 0,001 t^3$$

$$z_1(t_{\text{surface}}(^{\circ}\text{C})) = 7,35 + 0,212 t - 0,0003 t^2 + 0,00015 t^3 \text{ en km}$$

Au-dessus de régions chaudes (et/ou humides car l'air humide est plus léger), la basse stratosphère est plus haute et froide (et lourde) ; au-dessus de régions polaires, la basse stratosphère est plus basse et chaude (et légère).

Figure 5 Altitude et température de la tropopause en fonction de la température de surface (atmosphère standard) : formules approchées et solution exacte pour $h = 20$ km, $p_h = 53,4$ mbar.



Exercice 2 :

Dans l'expression de la pression de vapeur d'eau saturante

$$p_{\text{vap sat}}(T) = 1,33108 \cdot 10^{26} \exp[-6816 / T] (1/T)^{5,1309}$$

remplacer T par son expression $T_{\text{surface}} P^{0,19}$ où P en atmosphère varie entre 0 (en haut de l'air) et 1 en surface donne approximativement :

$$p_{\text{vap sat}}(P) = p_{\text{vap sat}}(T_{\text{surface}}) P^{**}(-0,97487 + 1451,84 / T_{\text{surface}})$$

où la notation P^{**x} signifie P à la puissance x , ou P^x .

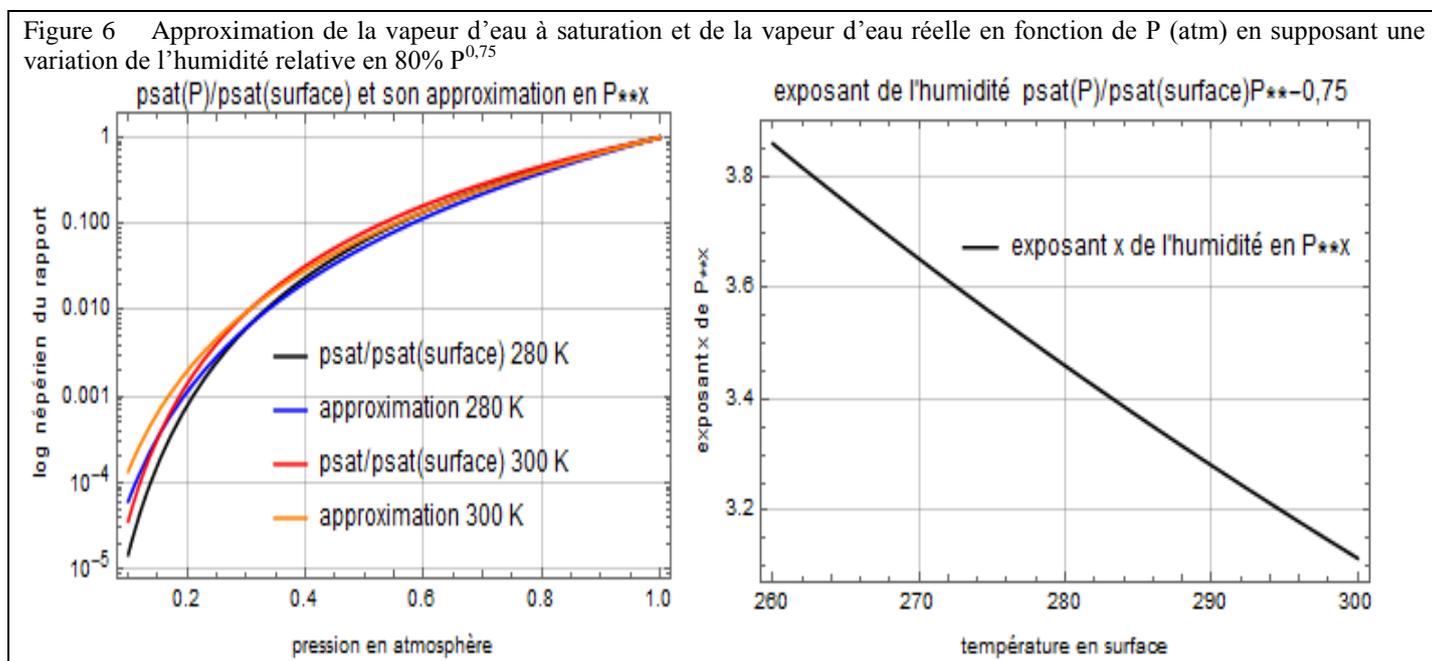
Les rapports $p_{\text{vap sat}}(P) / p_{\text{vap sat}}(T_{\text{surface}})$ pour une surface à 280 K et à 300 K sont, en fonction de P , tracés figure 6 à gauche en échelle logarithmique.

Noter la décroissance d'un facteur mille de la pression de vapeur saturante entre la surface et 200 mbar.

L'humidité **observée** sur les profils types des figures 3 et 4 est le produit de la pression de vapeur d'eau saturante par **l'humidité relative** (notée RH pour *Relative Humidity*) qui varie à peu près comme $0,8 P^{-0,75}$ ou $0,8 P$ comme on va le voir au paragraphe suivant (figure 7).

L'exposant qui décrit la décroissance de l'humidité effective avec la pression est tracé figure 6, vignette de droite.

Les trois cas d'exposant voisin de 3,2 à la figure 4 correspondent à $41\% + 23\% + 6\% = 70\%$ de la surface du globe avec, pour ces trois profils types, des températures de surface de 299,7 K, 294,2 K et 287,2 K.



La vignette de droite de la figure 6 justifie que l'on prenne par la suite, pour des calculs simples, une **variation de la teneur en vapeur d'eau en $P^{3,2}$** donc un cumul de la vapeur d'eau en $P^{4,2}$ à partir du haut de l'air.

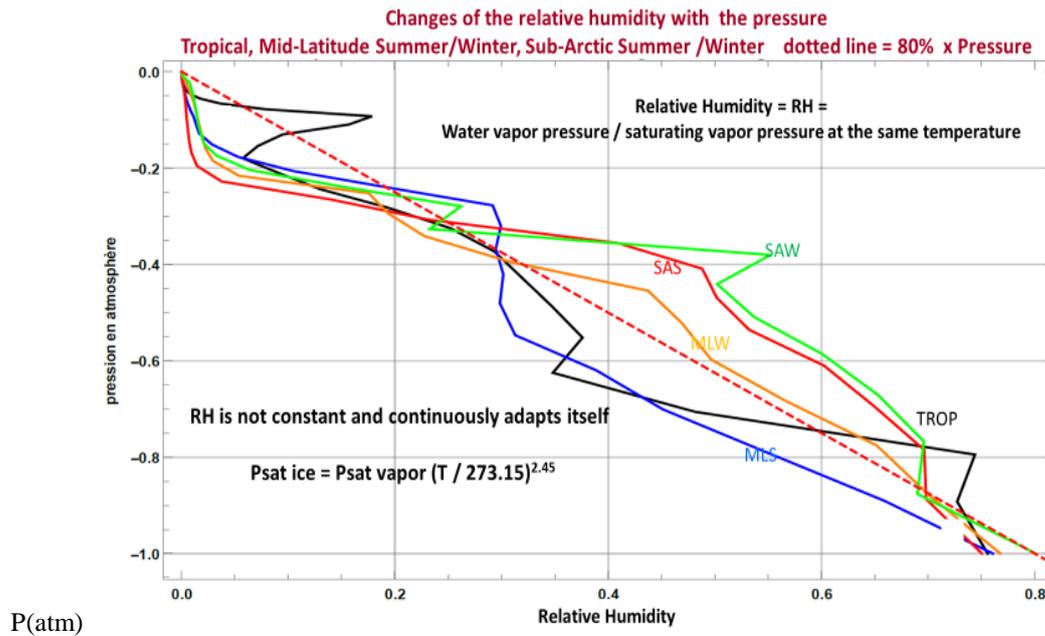
5. Humidité relative : RH

Les profils types des figures 3 et 4 permettent de calculer le rapport de la pression observée à la pression de vapeur saturante déterminée par la température à la même altitude ou pression ; ce rapport est appelé humidité relative, et noté RH (*Relative Humidity*).

En dessous de 500 mbar la température de surface dicte l'humidité ; au-dessus l'humidité relative est extrêmement variable, est une conséquence du mouvement de l'air, et n'est pas du tout corrélée avec la température de surface.

Nous verrons que c'est là au-dessus de 500 mbar que se fait la régulation du rayonnement du globe vers le cosmos, qui, sur l'année, emporte exactement le flux solaire absorbé.

Figure 7 Grande variabilité de l'humidité relative au-dessus de 500 mbar et une approximation (ligne en tirets rouges) en 80%



6. Humidité spécifique, point de rosée, enthalpie (à terminer)

La masse d'une mole d'air sec est 28,966 grammes/mole, celle de la vapeur d'eau 18 grammes/mole.

Un air sec a à 25°C une masse volumique $\rho_{\text{sec}} = p / (R T) = 101325 \text{ Pa} / (287 (273,15 + 25)) = 1,18 \text{ kg/m}^3$

La pression partielle saturante de vapeur d'eau à 25°C est 3160 Pa à 25°C.

Le rapport de mélange en masse en kg de vapeur d'eau par kg d'air sec est $\omega = \rho_{\text{vapeur}} / \rho_{\text{air sec}}$
 $\omega = (p_{\text{vapeur}} / R_{\text{vapeur}}) / (p_{\text{air sec}} / R_{\text{air sec}}) = (18 / 28,966) p_{\text{vapeur}} / p_{\text{air sec}} = 0,622 (p_{\text{vapeur}} / p_{\text{air sec}})$

L'humidité relative est selon l'OMM,

$RH = \omega / \omega_{\text{saturation}} = (p_{\text{vapeur}} / p_{\text{vapeur saturante}}) (p_{\text{air}} - p_{\text{vapeur saturante}}) / (p_{\text{air}} - p_{\text{vapeur}})$ exprimé en pour cent
 et était auparavant simplement $(p_{\text{vapeur}} / p_{\text{vapeur saturante}})$.

La loi de Dalton d'addition des pressions partielles et la relation $R_i = 8,314 / (\text{masse molaire du gaz } i)$ avec

$$\begin{aligned} R_{\text{air sec}} &= 287 \text{ et } R_{\text{vapeur d'eau}} \\ &= 461,9 \text{ amène } p \\ &= p_{\text{air sec}} + p_{\text{vapeur}} \\ p &= \rho_{\text{air sec}} R_{\text{air sec}} T + \rho_{\text{vapeur}} R_{\text{vapeur}} T \\ &= (\rho_{\text{air sec}} R_{\text{air sec}} T) (1 + (28,966 / 18) \rho_{\text{vapeur}} / \rho_{\text{air sec}}) \end{aligned}$$

L'humidité spécifique en kg de vapeur d'eau par kg d'air humide est notée q

$$\begin{aligned} q &= \omega / (1 + \omega) \\ &= \rho_{\text{vapeur}} / (\rho_{\text{air sec}} + \rho_{\text{vapeur}}) \\ &= (p_{\text{vapeur}} / R_{\text{vapeur}}) / (p_{\text{air sec}} / R_{\text{air sec}} + p_{\text{vapeur}} / R_{\text{vapeur}}) \\ &= 18 p_{\text{vapeur}} / (28,966 p_{\text{air sec}} + 18 p_{\text{vapeur}}) \\ &= 0,622 p_{\text{vapeur}} / (p_{\text{air sec}} + 0,622 p_{\text{vapeur}}) \end{aligned}$$

Applications numériques : à saturation, avec les chiffres ci-dessus à 25°C, $p_{\text{vapeur}} = 3160$, $p_{\text{air sec}} = 101325$, $RH=1$,

$$q = 0,622 \times 3160 \text{ Pa} / (101325 + 0,622 \times 3160) = 0,01903 \text{ soit } 19 \text{ kg/tonne d'air humide,}$$

$$\omega = 0,622 \times 3160 / 101325 = 0,0194.$$

Le point de rosée est la température à laquelle la vapeur d'eau devient saturante ; il est mesuré par certains appareils et on en tire

$$p_{\text{vapeur}} = 1,33108 \cdot 10^{26} \exp[-6816 / T_{\text{rosée}}] (1/T_{\text{rosée}})^{5,1309}$$

Une humidité relative de 80% à 25°C et $p_{\text{air humide}} = 100\,000 \text{ Pa}$ devient saturante à 21,4°C : en effet

$$(p_{\text{vapeur}} / p_{\text{vapeur saturante}}) (p_{\text{air humide}} - p_{\text{vapeur saturante}}) / (p_{\text{air humide}} - p_{\text{vapeur}}) = 80\%$$

$$(p_{\text{vapeur}} / 3160) \quad (100000 - 3160) \quad / \quad (100000 - p_{\text{vapeur}}) = 0,8$$

donne $p_{\text{vapeur}} = 2544 \text{ Pa}$ et $T_{\text{rosée}} = 294,53 \text{ K}$ ou $21,38^\circ\text{C}$

~~L'enthalpie de l'air sec est $C_p \cdot t(^{\circ}\text{C})$ et celle de la vapeur d'eau 2547 kJ/kg .~~

~~$$1,006 \text{ J/kg/}^{\circ}\text{C} \times 25^{\circ}\text{C} + 2547 \text{ kJ/kg} \cdot 0,019 \text{ kg/kg} = 76 \text{ kJ/kg}$$~~

~~De l'air à 25°C et $\text{RH} = 10\%$ aurait une enthalpie de 31 kJ/kg mais de 76 kJ/kg à $\text{RH} = 90\%$.~~